



# SELBSTVERANTWORTLICHES LERNEN

**Schule:**..... **Rudolf-Steiner-Schule Salzburg**

**Schulstufe:**..... **Oberstufe**

**Klassenstufe:** ..... **11**

**Fach:**..... **Mathematik**

**Thema:**..... **Mathe mit EIS und SUB**

**ProjektbetreuerIn:**..... **Frank Rothe**

**Datum:**..... **2011/2012**

## **Inhaltsverzeichnis**

Planung zum Praxisforschungsprojekt.....	2
Ziele und innere Motive (der Praxisforscher/innen).....	2
Gewünschte äußere (Lern-)Ergebnisse (der SchülerInnen) .....	2
Indikatoren & Wahrnehmungsfelder .....	2
Kriterien & Bewertung .....	2
Beteiligte Menschen an dem Praxisforschungsprojekt .....	3
Methoden & Vorgehensweise .....	3
Konkrete Maßnahmen & Handlungen .....	3
Zeitplanung & Meilensteine .....	4
Mittel & Materialien .....	5
Voraussetzungen & Bedingungen .....	5
Evaluation zum Praxisforschungsprojekt .....	5
Äußere (Lern-)Ergebnisse (der SchülerInnen).....	5
Indikatoren & Wahrnehmungsfelder .....	6
Kriterien & Bewertung .....	7
Materialien .....	8
Anhang.....	9
000_Anhang_Quantitative_Auswertung .....	9
010_Anhang_Quantitative_Planung .....	10
020_Anhang_Quantitative_Planung .....	11
100_Anhang_Probleme.....	12
210_Anhang 2011 12 22 Notizen .....	13
220_Anhang_Gut_gelungen .....	15
310_Anhang_Zu_Wenig_Zeit.....	17
320_Anhang_Erfolg_Theorie.....	18
340_Anhang Dialogische Lernen und negative Zahlen.....	19
Fragen am Faschingsdienstag .....	19
das bei einer Wurzelziehung eine positive Zahl herauskommt .....	20
Welt_ohne_negative_Zahlen.....	21
410_Anhang_S.....	24



## Planung zum Praxisforschungsprojekt

---

Mathe in der 11. Klasse mit EIS<sup>1</sup> und SUB<sup>2</sup>

---

### Ziele und innere Motive (der Praxisforscher/innen)

Die letzten Jahre haben immer wieder gezeigt, dass die Theorie der Darstellungsebenen nach J. Bruner im Unterricht eine Hilfe darstellt. Ich kann mit ihnen genauer beobachten und einschätzen wie weit die SchülerInnen den Stoff bzw. ihr Wissen verinnerlicht haben. Gleichzeitig ist sie eine Quelle der didaktischen Unterrichtsgestaltung. Daneben ist aus der Waldorfpädagogik der didaktische Dreischritt von Schluss-Urteil-Begriff bekannt. Bei diesem sind Schluss und Urteil an einem ersten Tag und der zugehörige Begriffsteil am darauffolgenden Tag zu denken. Bei genauerem Vergleich der Darstellungsebenen und des Dreischrittes fallen Parallelen in der inneren Beschaffenheit auf. Diese sind so, dass der enaktiven DE der Schluss, der ikonischen DE das Urteilen und der symbolischen DE der Begriff (versuchsweise) zugeordnet werden können.

- Inwiefern unterstützen die jeweiligen Bruner'schen DE die jeweilige Phase des didaktischen Dreischritts. Ist die Parallelisierung der Phasen in der Praxis zu bestätigen?

### Gewünschte äußere (Lern-)Ergebnisse (der SchülerInnen)

Die SchülerInnen entwickeln (allgemein) ein gutes Verständnis der mathematischen Zusammenhänge.

### Indikatoren & Wahrnehmungsfelder

Im Unterricht wäre zu beobachten, wie die SchülerInnen zunächst mit dem Schluss und Urteil aufgrund einer enaktiven und ikonischen Vorgehensweise gut zu recht kommen.

Am darauffolgenden Tag sollte zu beobachten sein, dass der Übergang auf die symbolisch-begriffliche Ebene „leicht“ gelingt und dort ebenso selbstverständlich gearbeitet werden kann.

Die Beobachtungen beziehen sich zum einen auf die Übungszeiten und ggf. Besprechungen am ersten Tag und für die symbolisch begriffliche Phase auf die Unterrichtsbesprechungen und ggf. weitere Übungen.

### Kriterien & Bewertung

Wie aussagekräftig sind die Beobachtungen? Wie lassen sie sich bewerten? Je stärker die enaktive und ikonische DE die erste Phase von Schluss und Urteil unterstützt, umso leichter sollte der Übergang und des Verständnis auf der symbolischen DE erfolgen.

1. Zum einen soll die Unterstützung der Dreischrittphase durch die DE deutlich sein,
2. zum anderen soll der Erfolg d.h. das Verständnis in der symbolisch-begrifflichen Phase in direkter Abhängigkeit vom Erfolg der ersten (beiden) Phase(n) stehen.

---

<sup>1</sup> enaktiv-ikonisch-symbolisch

<sup>2</sup> Schluss-Urteil-Begriff



Zu beiden sollen sowohl qualitativ besonders gelungene Einzelsituationen als auch ein quantitativer Umfang (von ca. 65%) erkennbar werden.

## **Beteiligte Menschen an dem Praxisforschungsprojekt**

- die 11. Klasse der Rudolf-Steiner Schule Salzburg
- Herr Frank Rothe (Praxisforscher)

## **Methoden & Vorgehensweise**

### **1. Methoden der Durchführung**

- **Anlaufphase am Jahresanfang**; Ziel: Wo stehen die SchülerInnen nach den Ferien? Welche Fragen und Problemsituation lassen sich erforschen?
- **Gliederung des Unterrichts in zwei besondere Phasen:**
  1. Einführen und erstes Besprechen (Schluss u. Urteil) besonders unter den Gesichtspunkten von enaktiv und ikonisch gestalten;
  2. (nach mind. einer Nacht) aufgreifen des neuen Stoffes, finden von Gesetzmäßigkeiten, besondere Berücksichtigung der symbolisch-begrifflichen DE.

### **2. Methoden der Beobachtung & Auswertung**

- Unterrichtsbeobachtungen
- teilnehmende Beobachtung
- Lerntagebuch zu den Forschungsfragen (selektives Protokoll)
- Fotos
- Zwischenzusammenfassungen und ggf. Anpassungen
- quantitative Übersicht „Enaktiv-Ikonisch und Symbolisch“
- Endevaluation

## **Konkrete Maßnahmen & Handlungen**

### **1. Maßnahmen der Durchführung**

- Unterricht ...



## 2. Maßnahmen der Beobachtung & Auswertung

- Unterrichtsbeobachtungen und teilnehmende Beobachtungen (besonders während der Übungszeiten) sind in jedem Unterricht relevant.
- Das Lerntagebuch werde ich täglich führen. Dabei werde ich mich auf die Forschungsfragen beschränken – außer es fällt mir etwas Besonderes auf.
- Für die quantitative Untersuchung möchte ich folgende nähere Beschreibungen für „Gut“ oder „schlecht“ konkret verwenden (vgl. auch 210 Anhang).

<i>½ enaktiv - ikonisch</i>				<b>NACHT</b>	<i>½ symbolisch</i>			
Ganz unsicher	Möglich, aber nicht sicher	Konkrete Schülerbeobachtung ODER Allg. Eindruck	Konkrete Schülerbeobachtung UND Allg. Eindruck		Nur mit viel „drücken“ – also eigentlich nicht	Herleitung noch wackelig	Herleitung sicher (allg. Eindruck)	Herleitung sicher und bei Übungen bestätigt

Und im Weiteren setze ich das in einer xls-Datei um (s. 020 Anhang).

Problem: wenn es am Vortag „ganz unsicher“ ist wird das Thema bzw. der Schritt doch eher „vertagt“. Jedenfalls wäre es so sinnvoll. Hieraus resultiert eine überarbeitete Fassung mit der Möglichkeit einer „Umorientierung“ (s. 010 Anhang). Mit dieser habe ich konkret gearbeitet.

- Fotos – z.B. von der Tafel mache ich auch täglich. Diese kommentiere ich, um besondere Beobachtungen und Besprechungen plastisch zu machen.
- Zusammenfassungen mache ich fallweise: Ergeben sich neue Gesichtspunkte? Kriterien? Ist etwas anzupassen? Was muss noch unbedingt berücksichtigt werden?
- Zeitnah nach der Epoche soll die Evaluation erfolgen.

## Zeitplanung & Meilensteine

Dem eigentlichen Projekt geht eine Entwurfsphase voraus. In dieser möchte ich die SchülerInnen nach den Ferien wieder kennenlernen, sehen wo sie fachlich stehen, welches ihre momentanen Fragen und Probleme sind. Dies möchte ich dann mit meinen Forschungsinteressen verknüpfen und bis zur und für die Epoche in einer genauen Forschungsfrage kristallisieren lassen.

Dem folgt die eigentliche Durchführungsphase in drei Abschnitten. Dabei sind die zeitlichen Rahmenbedingungen unterschiedlich. Der Unterricht findet z. T. in einzelnen Fachstunden und z. T. in Block(Doppel)stunden statt.

Am Ende des Schuljahres ist Zeit für die Evaluation

Zeitplan	Meilensteine
Entwurfsphase Fachstunden Sommer bis zu den Herbstferien	Genaue Forschungsfrage und Projektplan



Erster Durchführungsabschnitt Epoche Herbstferien bis Weihnachten	???
Zweiter Durchführungsabschnitt Fachstunde Weihnachten bis Ostern	???
Dritter Durchführungsabschnitt Epoche Nach Ostern	???
Abschluss- und Evaluationsphase (Fachstunden) n. d. Epoche bis zu den Sommerferien	Evaluation

## Mittel & Materialien

- Kopien ca.  $45 * 30 = 1350$  **Kopien**

## Voraussetzungen & Bedingungen

Das Projekt findet in der Hauptunterrichtszeit statt. Dadurch sind die SchülerInnen besonders aufnahmefähig. Andererseits findet viel Unterricht in Einzelstunden statt. Diese sind zwar an aufeinanderfolgenden Tagen, aber die eine Stunde liegt am Mittwoch von 11.55 – 12.40 direkt vor der Pause der SchülerInnen. Wie hoch wird die Konzentration hier sein?

## Evaluation zum Praxisforschungsprojekt

### Äußere (Lern-)Ergebnisse (der SchülerInnen)

Während der Entwurfsphase ergaben sich deutliche Beobachtungen bzgl. des momentanen Lern-Standes der SchülerInnen (100 Anhang, 210 Anhang)

- Viele haben selbst nach den Funktionen den entsprechend schlechten Schularbeitsergebnissen noch nicht mit Mathe 11. Klasse begonnen; sie wirken sehr erschöpft, besonders nach dem Industriepraktikum;
- sehr mit anderem beschäftigt wirken L., K., K., M. z.T.; arbeiten deutlich unter ihren intellektuellen Fähigkeiten; ich habe sie z. T. angesprochen; ihnen scheint die Energie für eine Richtung zu fehlen ...; sie wirken gelangweilt, Übung fehlt und hilflos (Mi. 14.12.2011)
- Theoretische fachliche Zusammenhänge werden von einzelnen erkannt; stark M. und H., R. H., A., C., ...; E. und vielen anderen hängt das Loch d.h. das Wissensloch und das Verständnisloch von den Funktionen nach; d.h. es fällt ihnen auch schwer im neuen Stoff die Zusammenhänge schon erkennen; ich vermute mal, dass ihr / ihnen die Handlungsgrundlage (enaktive Darstellungsebene) fehlt;
  - ⇒ Kann ich unter diesen Umständen die Erforschung von  $\frac{1}{2}$  anschauliche Ebene – Nacht –  $\frac{1}{2}$  theoretisches Erfassen und vertiefen überhaupt weiter durchführen? Antwort: eigentlich nicht! **Forschungsplananpassung!**



- ⇒ **Umstellung:** Theorie hintenanstellen; betonen von Rechenverfahren; diese intensiv und zunehmend vielfältiger üben; sehr viel Zeit im Unterricht zum Üben – weil es sonst nicht geschieht; Anm.: später die theoretischen aus den erarbeiteten Rechenverfahren heraus entwickeln; somit wird zunächst das Schwergewicht mehr auf enaktiv-ikonisch und nur etwas symbolisch liegen und wenn es gut läuft später auch auf symbolisch.

## Indikatoren & Wahrnehmungsfelder

Welche Beobachtungen waren bei den SchülerInnen (nach der genauen Zielformulierung bzw. -anpassung) zu beobachten?

In der ersten Zeit:

- In der zweiten Epochenhälfte – nach der Umstellung – wird mehr geübt; die SchülerInnen verbinden sich durch ihre rechnende Tätigkeit mehr mit den fachlichen Inhalten;
- M., R., H., C. lernen engagiert;
- R. und F. machen eine kleine Lerngemeinschaft
- F. und C. fragen nach speziellen Aufgaben für ihren Lernstand;
- A. ist stolz: Ich hätte in der ersten Klasse nie gedacht einmal eine so lange Rechnung zu machen;
- M. und R. lernen gezielt
- P.: z. T. haarsträubende Fehler und Lücken; fängt erste in der zweiten Epochenhälfte an; mein Eindruck: allmählich ahnt sie wie viel Arbeit es ihr für ihre Ziele bedeutet – sie will es aber noch nicht so wirklich wahrhaben; diesen Eindruck bestätigt sie im Gespräch;
- Der Computer bieten einigen (M., H., R., M.) einen interessanten neuen Anreiz und eine unverhoffte Kontrollmöglichkeit; Grenzen und Gefahren werden gesehen (R.: Da verlernt man ja richtig viel! Nein! Aber es ist die Gefahr! Wichtig: vorher immer selber überlegen wie es sein sollte)
- Die SchülerInnen wirken „bequem“, unselbstständig, ängstlich oder unsicher; sie wollen immer ein vollständiges Aufgabenblatt mit allem für die Schularbeit haben; selber keine Übersicht erarbeiten wollen; bequem oder unsicher und es gut machen wollen? Konkrete Übersichts-Lern-Arbeiten machen sie aber auch nicht: also doch bequem? Oder die Richtung fehlt doch wieder.
  - ⇒ **Übersichtsarbeiten** üben
  - ⇒ Übe **eigene Kontrollkriterien** und -möglichkeiten zu entwickeln.
- Analytische Geometrie sehr handlungsbezogen; Rechentechniken ausgeführt; wenig theoretische Durchblick; auch wenig die zwei Welten von Geometrie und Algebra zusammengebracht
  - ⇒ **Analytische Geometrie unbedingt wieder aufgreifen**; noch in der 11. Klasse; wiederholen anhand der Schularbeit; Vertiefen in Richtung Theorie, Verständnis und Zwei-Welten-Algebra-Geometrie; insbesondere eine Tabelle mit Algebra und Geometrie (Gleichungen entsprechen ..., Gleichungssysteme entsprechen ..., besondere algebraische Methoden ...)

Die anschließende Unterrichtsphase hatte wie geplant mehr die theoretische Durchdringung, das Erfassen von Zusammenhänge – besonders auf symbolischer Ebene – zum Ziel. Und jetzt konnten die SchülerInnen hiermit gut umgehen (s. 320 Anhang). Sie



formulieren durchwegs Vermutungen anhand der Rechensituation als Ausdruck ihres Verständnisses. Auch die Besprechungen zur Frage „Wie sähe eine Welt ohne negative Zahlen aus?“ zeigt sowohl symbolisches Verständnis als auch mehr innere Reife (340 Anhang).

Ein weiteres Indiz für die erworbenen Fähigkeiten auf der symbolischen Ebene sind die gelungenen Übergänge von  $\frac{1}{2}$  enaktiv-ikonisch zu  $\frac{1}{2}$  symbolisch während der Differenzialepoche, wie sie sich in der quantitativen Übersicht ausdrücken (s. 000 Anhang).

Auch gelungene Einzelbeispiele für solche Übergänge waren zu beobachten. In einem recht frühen Zeitpunkt während der Analytikepoche (s. 220 Anhang) und vermehrt auch später in der Differenzialepoche (s. 410 Anhang)

## **Kriterien & Bewertung**

Allerdings geben die oben angeführten gelungenen Einzelbeispiele auch Anlass zum Nachdenken. Im ersten gelungenen Einzelbeispiel liegen zwischen den beiden Phasen sechs Nächte – und nicht eine, wie im didaktischen Dreischritt zunächst angeführt.

Überhaupt enthüllte die quantitative Übersicht einige Fragen und Unausgewogenheiten. Am auffälligsten ist der Unterschied während der ersten Zeit und der zweiten Epoche (Differenzialepoche). Er lässt sich so formulieren: Wenn der Unterricht in Doppelstunden aufeinanderfolgender Tage organisiert ist, lassen sich mit der  $\frac{1}{2}$  -  $\frac{1}{2}$  - Einteilung mit Unterstützung der Darstellungsebenen gut Verständnisfortschritte beobachten. Andernfalls scheinen die Einflussfaktoren so unterschiedlich zu sein, dass sich kein deutliches Bild ergibt. Es geht gut mit einer aber auch mit sechs Nächten dazwischen. In Einzelstunden bleibt oft zu wenig Zeit (s. 310 Anhang), um den Schritt für die nächste Stunde zu machen. Dadurch ist die gesamte Zeit-Didaktikeinteilung unterbrochen. Andererseits kann es auch in Einzelstunden gut gehen. Schwerer scheint hierbei zu wiegen, ob die Einzelstunden noch recht früh am Tage liegen oder später.

Neben diesen inhaltlichen Überlegungen gibt es auch anderen, welche die Form der quantitativen Übersicht betreffen. Die entwickelte Skala zur Beschreibung von „gut“ bzw. „schlecht“ gelungen ist wirklich praktikabel. Die Einführung der „Umorientierungsmöglichkeit“ hat mir den Druck genommen, im Vorhinein alles richtig machen zu müssen.

Insgesamt erscheint mir die Aussagekraft der quantitativen Übersicht aber sehr eingeschränkt. Es sind nur elf Datensätze und der Einfluss der oben genannten Problemfaktoren ist noch nicht ausreichend genug geklärt, um diese ggf. entsprechend in der Übersicht zu berücksichtigen. Andererseits zeigt sich bei „idealen Bedingungen“ eine (erste aber) deutliche Unterstützung des Verständnisaufbaues durch die didaktische Methode des Dreischritts in Kombination mit den Bruner'schen Darstellungsebenen.

**Im Laufe des Jahres kamen mir immer wieder Momente in denen ich dachte „Was ist hier los?“ Diese Momente sind für mich vielleicht die wichtigsten Erfahrungen aus diesem Projekt:**

- **Ich hatte manchmal den Eindruck, dass die enaktive Ebenen längstens erreicht sei und es vielmehr um die Übergang von ikonisch zu Symbolisch ginge. Das wäre ja eine andere Gewichtung in der Ausgangsfrage.**
- **Im Weiteren entwickelte sich daraus die Frage – die ja bei Bruner (mehr nebenbei) ein Thema ist – wie eine Darstellungsebene die andere unterstützen kann.**
- **Und aus dieser letzten Überlegung heraus wurde mir klar, dass ich noch grundlegender die Eigenheiten und Charakteristika der drei Darstellungsebenen (für Mathematik) mir erarbeiten muss.**



- In diesen Bereich gehören auch Fragen wie: Wie stark sind welche Darstellungsebenen in den verschiedenen Fächern erforderlich / gefordert?
- Eine ähnliche Grundfrage stellt sich beim didaktischen Dreischritt: Unterscheidet sich der didaktische Dreischritt je nach dem ob ein Thema bzw. eine Aufgabe er-arbeitet (also „neu gelernt“) oder nur aus-gearbeitet (d.h. vertiefend gelernt) wird? Und Wie ist dabei der Zusammenhang mit dem Dialogischen Lernen (s. 340 Anhang).

## Materialien

**Weitere Materialien zum Mathematikunterricht von Frank Rothe finden Sie auch unter <http://www.calculemus.at/>**







## 010\_Anhang\_Quantitative\_Planung

	EpocheT-hema					
	Dat. 1. Tag					
	Est / Dst					
	Anz. Nacht					
	Dat. 2. Tag					
	Est / Dst					
" 1/2 enaktiv	" - - "					
	" + - "					
	" + "					
	" + + "					
" 1/2 symb."	" - - "					
	" + - "					
	" + "					
	" + + "					

**Zurück zum Text**



## 020\_Anhang\_Quantitative\_Planung

	EpocheT-hema					
	Dat. 1. Tag					
	Est / Dst					
	Anz. Nacht					
	Dat. 2. Tag					
	Est / Dst					
" 1/2 enaktiv	" - - "					
	" + - "					
	" + "					
	" + + "					
	<b>nachträglich umorientiert</b>					
	leichter					
	gleich					
	schwerer					
	anders					
	" - - "					
	" + - "					
	" + "					
	" + + "					
" 1/2 symb."	" - - "					
	" + - "					
	" + "					
	" + + "					

**Zurück zum Text**

# 100\_Anhang\_Probleme

Di. 4.10.

Ziele / Lage *Gegen*

Rechen  
(noch mehr Spiegelthemen...)

Spezielle Funct

Skizzen

Best. Typen Potenzf.  
Exp. f.  
Sinusf.

Nullst.

→ geüb. lösen

Vorblick

Nullst. bei Parabel  $w\bar{t}$

D: Nullst. (-10)

ersten Kreieren

Nicht rechnen

Lösungsgl.



$$y = x^4 - 2$$

$$y = x^3 + 5$$

$$y = -x^2 - 1$$

→ alte HA

Mi. 5.10.



(Spiegelthemen)

② Nullst. HA? Respr. *Skizzen bei*

③ Skizzen Kurven / b.-Typen

bzw. / exp. sin / cos / tan  
nochem f log

Lena!  
Katharina!  
Anna!  
Pia!

→ Helt Nullst.  
→ Helt bes. Typen

**Probleme**  
**Sehr groß**

Übers  
Verfah

Üb. spez. Kurv.  
Üb. Transf.  
Üb. Nullst.

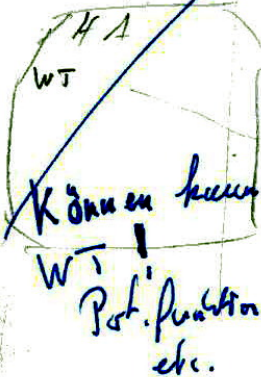
⇒ mehr Tun

→ Handlungsbasis

Üb. → Transf.  
→ schude  
Nullst.

⇒ nä. Stc. unabhängig

⇒ Mi: Pause!! Malier



HA  
"Funktions" zu früh?

Prosto

+ schleppend, Verständnisproblem u. Wissenslücken (von ich ist / nicht)

\*... ich muss viel zu viel reden...!  
oder tun iches auch sonst?

\* Noch kein Gefühl / Grundlage für "Gleichung-Kurven" - keine analy. Geom!

Zurück zum Text

## 210\_Anhang 2011 12 22 Notizen

### 11. Klasse (Zwischen-)Notizen 22.12.2011

- Durchwegs **merkliche Probleme** wenn sie auf Bekanntes zurückgreifen sollen. Auch wenn das unterschiedlich ist – natürlich! Aber dieses Phänomen ist unabhängig von der mathematischen Begabung  
⇒ **Wiederholungsprogramm?**
- Kleines **Konzeptblatt** (nach ca. einer Woche Epoche):

½ enaktiv - ikonisch				NACHT	½ symbolisch			
Ganz unsicher	Möglich, aber nicht sicher	Konkrete Schülerbeobachtung ODER Allg. Eindruck	Konkrete Schülerbeobachtung UND Allg. Eindruck		Nur mit viel „drücken“ – also eigentlich nicht	Herleitung noch wackelig	Herleitung sicher (allg. Eindruck)	Herleitung sicher und bei Übungen bestätigt

Problem: wenn es am Vortag „ganz unsicher“ ist wird das Thema bzw. der Schritt doch eher „vertagt“; jedenfalls wäre es so sinnvoll

#### Methoden

Einzelfälle u. Beobachtungen beschreiben (qualitativ)

Quantitativ auswerten

- Theoretische **fachliche Zusammenhänge** werden von einzelnen erkannt; stark M. und H., R., A., C., ...; E. und vielen anderen hängt das Loch d.h. das Wissensloch und das Verständnisloch von den Funktionen nach; d.h. es fällt ihnen auch schwer im neuen Stoff die Zusammenhänge schon erkennen; ich vermute mal, dass ihr / ihnen die Handlungsgrundlage (enaktive Darstellungsebene) fehlt;
- Viele haben selbst nach den Funktionen den entsprechend schlechten Schularbeitenergebnisse **noch nicht mit Mathe 11. Klasse** begonnen; sie **wirken sehr erschöpft**, besonders nach dem Industriepraktikum;
- sehr mit anderem beschäftigt wirken L., K., K., M. z.T.; arbeiten deutlich unter ihren intellektuellen Fähigkeiten; ich habe sie z. T. angesprochen; ihnen scheint die Energie für eine Richtung zu fehlen ...; sie wirken **gelaugert, Übung fehlt und hilflos** (Mi. 14.12.2011)
  - ⇒ Kann ich unter diesen Umständen die Erforschung von ½ anschauliche Ebene – Nacht – ½ theoretisches Erfassen und vertiefen überhaupt weiter durchführen? Das war ja meine Frage auf dem kleinen Konzeptblatt.  
Antwort: eigentlich nicht! **Forschungsplananpassung!**
  - ⇒ **Umstellung:** Theorie hintenanstellen; betonen von Rechenverfahren; diese intensiv und zunehmend vielfältiger üben; sehr viel Zeit im Unterricht zum Üben – weil es sonst nicht geschieht; Anm.: später die theoretischen aus den erarbeiteten Rechenverfahren heraus entwickeln
  - ⇒ **Allgemeines Problem:** wie gehe ich mit den drei Darstellungsformen und –stufen um, wenn das Lerntempo so langsam ist? Die anschaulichen Ebenen können eigentlich noch nicht verlassen werden, aber vom Zeitrhythmus (s. o.) wäre nun die symbolische Ebene dran.

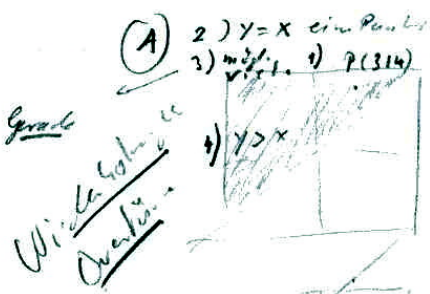
- Warteschleife einbauen?
- Für längere Zeit auf „enaktiv&ikonisch“ umsteigen und später „symbolisch“ in einem Neuansatz nachschieben (s. unten)?
- Wie sieht in einer enaktiv betonten Situation Differenzierung aus? Was ist mit den schnell (theor.) Aufnehmenden? Und wie sieht das aus, wenn es stark an der Motivation bzw. dem momentanen Nicht-Lernen-Wollen=Können oder Wissenslücken liegt?
- Ich fordere jetzt von den Schüler/innen (nur noch aber dafür deutlich): **Entscheide dich**, ob du Mathe machen willst. Es ist ok, wenn du dich für eine kleine Auszeit entscheidest, aber hier werde ich jetzt (mit den anderen) Mathe machen; ich achte auf die Arbeitsstimmung im Klassenraum ...
- In der **zweiten Epochenhälfte** – nach der Umstellung – wird mehr geübt; die Schüler/innen verbinden sich durch ihre rechnende Tätigkeit mehr mit den fachlichen Inhalten;
- M., R., H., C. lernen engagiert;
- R. und F. machen eine kleine Lerngemeinschaft
- F. und C. fragen nach speziellen Aufgaben für ihren Lernstand;
- A. ist stolz: Ich hätte in der ersten Klasse nie gedacht einmal eine so lange Rechnung zu machen;
- M. und R. lernen gezielt
- P.: z. T. haarsträubende Fehler und Lücken; fängt erste in der zweiten Epochenhälfte an; mein Eindruck: allmählich ahnt sie wie viel Arbeit es ihr für ihre Ziele bedeutet – sie will es aber noch nicht so wirklich wahrhaben; diesen Eindruck bestätigt sie im Gespräch;
- Der **Computer** bieten einigen (M., H., R., M.) einen interessanten neuen Anreiz und eine unverhoffte Kontrollmöglichkeit; Grenzen und Gefahren werden gesehen (R.: Da verlernt man ja richtig viel! Nein! Aber es ist die Gefahr! Wichtig: vorher immer selber überlegen wie es sein sollte)
- Die Schüler/innen wirken „bequem“, unselbstständig, ängstlich oder unsicher; sie wollen immer ein vollständiges Aufgabenblatt mit allem für die Schularbeit haben; selber keine Übersicht erarbeiten wollen; bequem oder unsicher und es gut machen wollen? Konkrete Übersichts-Lern-Arbeiten machen sie aber auch nicht: also doch bequem? Oder die Richtung fehlt doch wieder.
  - ⇒ **Übersichtsarbeiten üben**
  - ⇒ Übe **eigene Kontrollkriterien** und –möglichkeiten zu entwickeln.
- Analytische Geometrie sehr handlungsbezogen; Rechentechniken ausgeführt; wenig theoretische Durchblick; auch wenig die zwei Welten von Geometrie und Algebra zusammengebracht
  - ⇒ **Analytische Geometrie unbedingt wieder aufgreifen**; noch in der 11. Klasse; wiederholen anhand der Schularbeit; Vertiefen in Richtung Theorie, Verständnis und Zwei-Welten-Algebra-Geometrie; insbesondere eine Tabelle mit Algebra und Geometrie (Gleichungen entsprechen ..., Gleichungssysteme entsprechen ..., besondere algebraische Methoden ...)

# 220 Anhang Gut gelungen

Mi. 23.11.2011 17:12 S. 5. St. 11. K. Ana Gro. 1/20

- \* Einstieg in die Koordinatenbedingung doch etwas ungewohnt...
- \* ..vielleicht will es so viel selber zum ausrechnen gibt

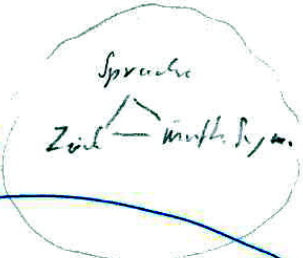
Koordinatenbild:



→ Gerade, Fläche  $P(x|y)$  (kein Punkt fällt)  
 $y=2x$

- (B) 1)  $P(-2|1)$   
2) eine  $y=x+3$   
3) mögl. viele  
4)  $y < x+3$

Punktbedingung  
Zeit: gelungener E i



- (C)  $P(-2|1) \in y=x+3$   
Üb.

\* Die Trizidenzprobe war so gut durchschubar!  $\nabla$   
Kendrick rechnete es vor...

Im Unterricht keine Übungen mehr geübt

- 1) Trizi:  $y=2x-1$   $P(2,6|4,2)$   
Ski + Rad.
- 2)  $P(21|3)$  1)  $y=x-1$  ein Punkt 3) mögl. viele  
4) alle mit  $y < x-1$
- Trizi m. Freizeit  
Ski:  $y=x+2$   $P(3,1|0,1) \in \text{H}$   
 $y = -\frac{1}{2}x + 1$   $(1|0) \in$



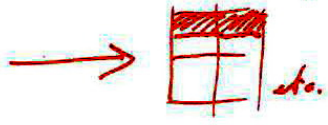
Schnittsp.

$y = 0,5x + 3$   
 $y = -x + 3$   
Übungszeit nicht mehr genutzt



... langsam ... stufenmäßig ... in zwei Werten  
→ **HA besprechen**

→ Trizidenzprobe symbolisch systematisch machen?



→ Grade  
→ Schnittprobe



I Rechenklart

alle P (x|y)  
wenn sie x haben, ist y doppelt so groß

$x \rightarrow 2x$	$x \rightarrow \frac{x^2}{y}$
0	0
1	2
4	8

alle P x regul.  
②  $y > 1$  ①  $y = 1$

Bsp. Schreibweisen

① line:  $y = 2x - 1$  P(2,1) W1 - anmerkung  
② a)  $y = x^2 + 2$  P(2,6) Inzidenzprobe

mitnotieren

*Finanzbsp* (auch *optimaler*)  
notf. W1  
nutz. n.  
LSP

Besprechung) Absolut klar für Lena!

Rechen. 4/1  
Finanz. 2/1  
Antw. 1  
Zurück: a) richtig  
mit. = 6  
also richtig

*Nichts geschickt*

③  $y = 0,5x + 3$  Ski...  
 $y = -x + 3$  nachrechnen  
"Wellen verhindern"  
nicht Michael  
drehen u. herum  
so formulieren

→ Kurven über

→ Schreibweise...

IV Üb. → S. 72 → 14

3) Als Üb.  $y = -\frac{1}{x} + 1$   
Übung

Rechnung klar  
u. an Ski...  
Kontrollieren...  
f. die meisten



# 310 Anhang Zu Wenig Zeit

Di. 24. 1. 2012 16:11 17.1.1. Gf. 17.1.1

$$\begin{array}{l} \text{L} \\ \text{Elim} \end{array} \quad \begin{array}{l} 2x + y = 4 \\ x + y = 4 \end{array} \quad \begin{array}{l} \Rightarrow y = -2x + 4 \\ \Rightarrow y = -x + 4 \end{array}$$



Die Schüler  
haben  
in der Gruppe  
mit-entdeckt

$$\begin{array}{l} \text{Elim} \\ \text{3a)} \end{array} \quad \begin{array}{l} 2x + y = 4 \\ x^2 + y^2 = 4 \end{array} \quad \begin{array}{l} y = -2x + 4 \\ y = -x^2 + 4 \end{array}$$



↳ 3b

Anfangs bespr.

... beide die  
beide Lsg haben  
si. gesehen (→ Schatke  
& UB)

das Gl. bei quad. Gl.  $p=4$   
Schwierigkeit (allg. Eindeut.)

Unterschied zw. lin. u. quad. gut sehen  
erkant (→ Helena, & UB!)

Elim. - wenn unmöglich

$$\begin{array}{l} -3x + y = -1 \\ x + y = 4 \\ -3x + y = -1 \\ x^2 + y^2 = 4 \end{array} \quad \begin{array}{l} \Rightarrow y = 3x - 1 \\ \Rightarrow y = -x + 4 \\ S_1 (-0,96 | 4,75) \end{array}$$

es war  
Zeit zum  
Üben...

f. Lern

$$\begin{array}{l} -3x^2 + y = -1 \\ x^2 + y^2 = 4 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{Zweiweg} \\ x \text{ rausnehmen} \\ y \text{ rausnehmen} \end{array}$$

Komisch:-

Problem

... eigentlich ist  
irgend wie schon  
alles bekannt u.  
gelernt. ~~Stk~~  
Müssen es nur  
später auch  
wieder erkennen

Also was ist ~~offen~~ und  
den DE

HA

GL / FEW

fertig machen

Reflexion: reflektiv  
der Handlungs-  
phase, als Vor-  
spiel der  
nächsten Ebene.

Wie ist es ihnen ergangen

hat aber Zeitgründen nicht stattgefunden.

- lin. + quad. Gl. op. verbunden
- Verfahren benennen u. beschreiben

Länge der Strecke

Thema? gut genug Niveau?

wo/wi  
halmik  
kann ich  
so sein  
ist's u. die  
als die  
u. d. liche  
the fe!

# 320\_Anhang\_Erfolg\_Theorie

Di 31.1.2012 10<sup>h</sup> - 11<sup>h</sup> 11. Kl. Math

(en abgeleitet.  
 Handl. & ...  
 ik. in Dina 2  
 v. S. 200 b.  
 u. ...  
 (SKP)

... und  
 können verstanden.  
 Sie verstehen  
 das: ...  
 nicht selbst ver-  
 ständlich  
 hat  
 nicht  
 nicht  
 bestätigt, weil...

Zusatz: Tangent...  
 Kreis

$x^2 + y^2 = 16$   
 $(x-4)^2 + y^2 = 4$

Ski  
 Verm. - Argum.  
 Wert.  
 Rechn.

$x^2 + y^2 = 36$   
 $x^2 + (y-3)^2 = 9$

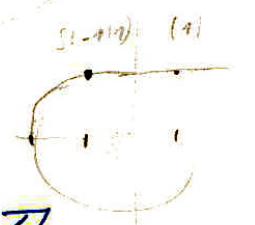
2f. ...  
 nicht automatisch  
 auf.

## → Beobachte!

Änderung des  
 Theor.; warum wir  
 Theorien nicht  
 auf für  
 solche viel-  
 schiebtigen  
 Theorie - Aufgaben.  
 Heute wieder so  
 doch so!  
 => Weiter beobachten!

## ⇒ Aufgabenformat u. Motor demper

klar formulieren ... diese Vermutung notieren  
 (nicht einfach S:!)



$\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 4$   
 $y = \sqrt{x+2}$   
 $x^2 + x + 2 = 4$   
 $x^2 + x - 2$   
 $-0,5 \pm \sqrt{0,25 + 2}$   
 $-0,5 \pm 1,5$

HA day



## 340\_Anhang Dialogische Lernen und negative Zahlen

### Fragen am Faschingsdienstag

#### Fragen am (Faschings-)Dienstag den 21.02.2012

1. Hier sehen Sie eine Reihe von Zahlen. Sortieren Sie diese der Größe nach.  
Unsortierte Zahlen:  $5$   $\frac{1}{2}$   $-2$   $\frac{3}{5}$   $0,5$   $\sqrt{2}$   $-\frac{1}{3}$   $\sqrt{25}$   
Sortierte Zahlen:
  
2. Schreiben Sie einen Text zu der Frage: Wie wäre die Welt, wenn es keine negativen Zahlen gäbe?

3. Wie sähe die Welt der Mathematik ohne negative Zahlen aus?



## **das bei einer Wurzelziehung eine positive Zahl herauskommt**

- ... das bei einer **Wurzelziehung eine positive Zahl** herauskommt
- Unser Horizont wäre sehr beschränkt, könnten wir **uns keine irrationale Zahlen** vorstellen
- Ob wir eine andere **Möglichkeit zum Denken hätten** oder nicht...
- Würde es das aber nicht geben, müsste man auch sein Denken verändern und so schauen, wie man **tatsächlich nur mit positiven Zahlen hantieren kann.**



## Welt\_ohne\_negative\_Zahlen

### Fragen am (Faschings-)Dienstag den 21.02.2012

1. Hier sehen Sie eine Reihe von Zahlen. Sortieren Sie diese der Größe nach.  
Unsortierte Zahlen:  $5$   $\frac{1}{2}$   $-2$   $\frac{3}{5}$   $0,5$   $\sqrt{2}$   $-\frac{1}{3}$   $\sqrt{25}$   
Sortierte Zahlen:  $-2, -\frac{1}{3}, 0,5 = \frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \sqrt{2}, 5 = \sqrt{25}$
2. Schreiben Sie einen Text zu der Frage: Wie wäre die Welt, wenn es keine negativen Zahlen gäbe?

Es würde also 'nie' nichts mehr geben.  
Es gebe also keine Schulden am Papier.  
Es gäbe ein Problem weniger. Vermutlich  
würde man irgendwann drauf kommen, dass  
es so etwas geben muss die man je wenn  
man etwas weg gibt weniger davon hat.  
Würde es das aber nicht geben müsste  
man auch sein Bankes verändern und so  
schauen wie man tatsächlich nur mit  
positiven Zahlen hantieren kann. ☺

3. Wie sähe die Welt der Mathematik ohne negative Zahlen aus?

Es gäbe eben nur positive Ergebnisse alles andere  
wäre falsch oder müsste durch  $+$  ersetzt werden,  
allerdings würde ja nie mit Minus rechnen  
werden es auch das nicht mehr geben würde.  
Alles würde vermehrt werden.

VVV

## Fragen am (Faschings-)Dienstag den 21.02.2012

1. Hier sehen Sie eine Reihe von Zahlen. Sortieren Sie diese der Größe nach.

Unsortierte Zahlen: 5  $\frac{1}{2}$  -2  $\frac{3}{5}$  0,5  $\sqrt{2}$   $-\frac{1}{3}$   $\sqrt{25}$   
Sortierte Zahlen: -2  $-\frac{1}{3}$   $\frac{1}{2}$  0,5  $\frac{3}{5}$   $\sqrt{2}$   $5\sqrt{25}$

2. Schreiben Sie einen Text zu der Frage: Wie wäre die Welt, wenn es keine negativen Zahlen gäbe?

~~Die Welt wäre positiv~~ Die Welt wäre Positiv

~~Die Welt wie wäre sie  
Mathematik gäb es nie  
Ohne Zahlen  
da kann man nur noch malen  
minuszahlen sind sehr schlecht  
ich habe sie wie das Gefecht  
Negativzahlen  
so sinnlos wie die Wahlen~~

Die Welt wie wäre sie  
Mathematik gäb es nie  
ohne minuszahlen  
da kann man nur noch malen  
minuszahlen sind sehr schlecht  
ich habe sie wie das Gefecht  
Negativzahlen  
so sinnlos wie die Wahlen



3. Wie sähe die Welt der Mathematik ohne negative Zahlen aus?


~~Die Mathematik wie wäre sie~~ Die Mathematik wie wäre sie  
~~kennen würde es nicht mehr~~ kennen würde es nicht mehr  
geben

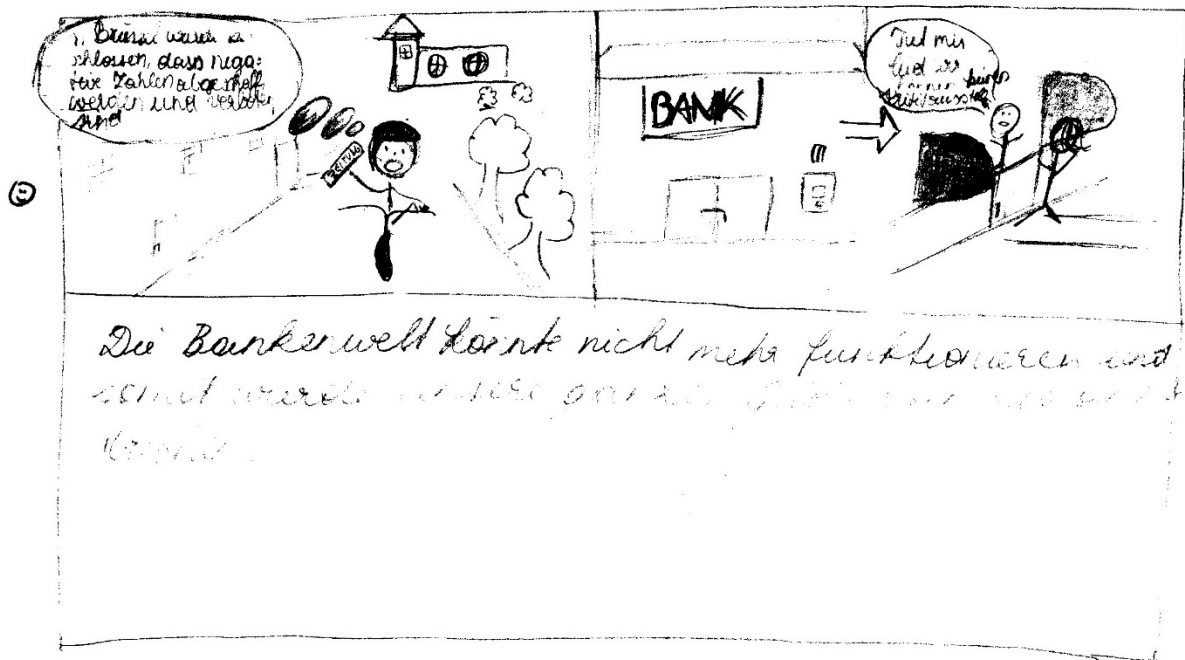
Was würde bleiben?

v v v



## Fragen am (Faschings-)Dienstag den 21.02.2012

1. Hier sehen Sie eine Reihe von Zahlen. Sortieren Sie diese der Größe nach.  $\frac{5}{\sqrt{25}}$   
Unsortierte Zahlen: 5  $\frac{1}{2}$  -2  $\frac{3}{5}$  0,5  $\sqrt{2}$   $-\frac{1}{3}$   $\sqrt{25}$   
Sortierte Zahlen:  $-2 < -\frac{1}{3} < \frac{1}{2} < \frac{3}{5} < \sqrt{2} < 5 = \sqrt{25}$
2. Schreiben Sie einen Text zu der Frage: Wie wäre die Welt, wenn es keine negativen Zahlen gäbe? 



3. Wie sähe die Welt der Mathematik ohne negative Zahlen aus?

man könnte nur einfache lebensnotwendige Rechnungen führen.

✓✓



8<sup>15</sup>

Systemeigenschaften Einzelbsp.

regulär

Bsp.  $3 \times 3$   
 $X$   
 $6$

Polynom f. Monom. Hilfe Abl. (2) ... das Entzählen im Kontext mit dem Symbolen

Faktorisiert (1) sym. Get

Poly auf. Summe u. Diff Regel

als auch: symbolisch!

Mathem. Hilfe Abl. (2)

Wahrscheinl. Punkte (1)

Mathem.

Die Regeln sagten die Schüler an (Kupfer, ...)

Einen frage, was das mit dem Buchstaben soll

Das war noch mit ein wichtige "Durchkreuzen des Systems"

Die Regeln sagten die Schüler an (Kupfer, ...)

Einen frage, was das mit dem Buchstaben soll

Wie lässt sich der Kontext beschreiben?

spezifische Zeichnung

einzel.  $p_1 \rightarrow k$

Tafel 3

5 Übungen Beim Blatt.  $q_1 - k \rightarrow p_1$

H/T einbauen

9<sup>15</sup>

Biolog. Ep. 2/

Beweis + Formeln wichtige Rechnungen / Aufgaben

einfach

Freige - Aufgaben

a) zum selbstst. nachlesen des Systems anderer (mehr Redig)

b) zum erkaufen der H-frage (kurzer)

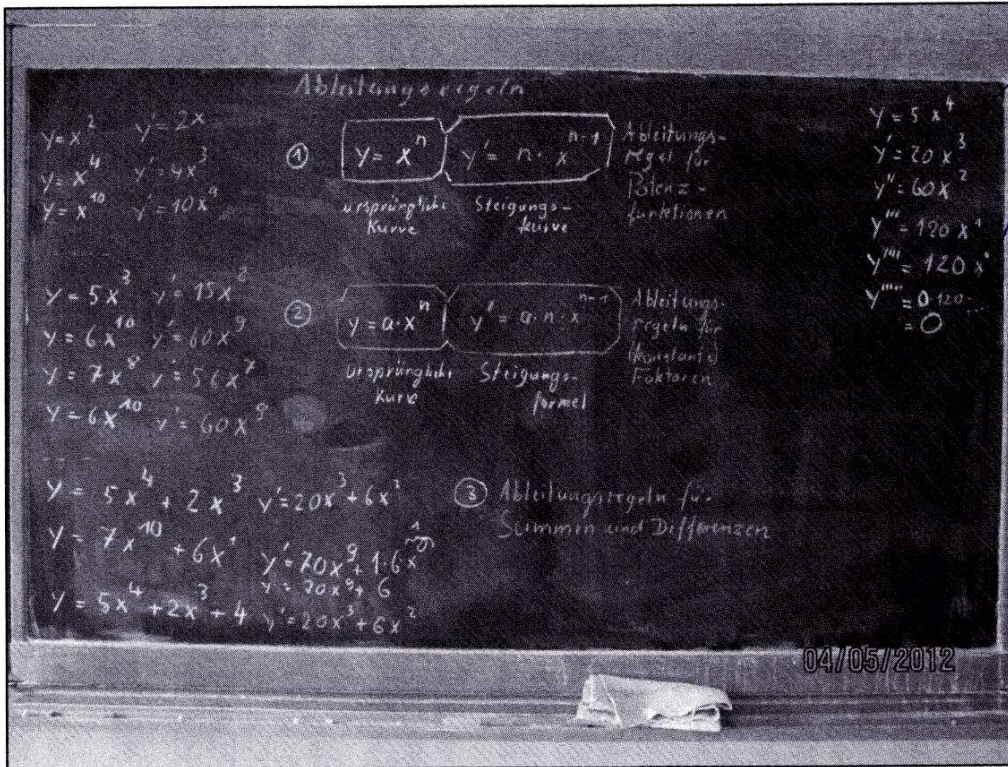
Nicht mehr geschafft

aber die Übungen waren prima

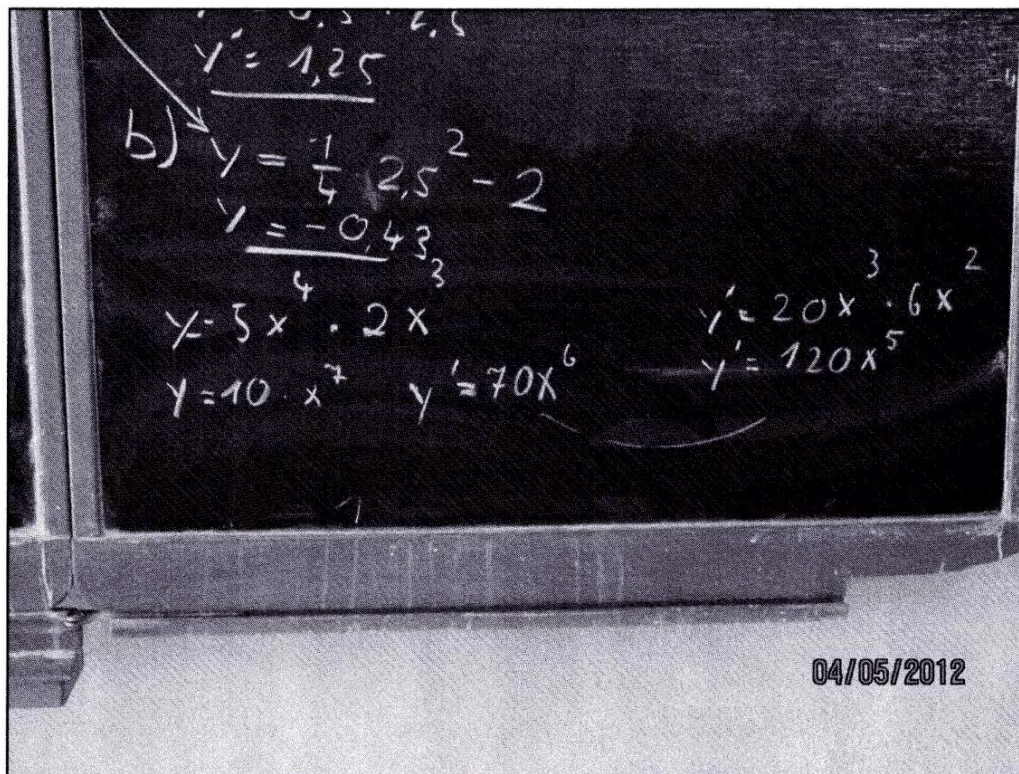




steht  
schon weiter



- ① schon weiter.
- ② Dabei können wir, was mit einem konst. Summenausdruck passiert
- ③ Ich ergänze die jeweilige mathem. Bedeutung; das ist durch Faktoren oder (stillen Zahlen)



findet heraus, dass bei • die Abl. regel nicht funktioniert ... der verknüpfte Umgang mit Symbolen führt zu Fragen u. Antworten

[Zurück zum Text](#)